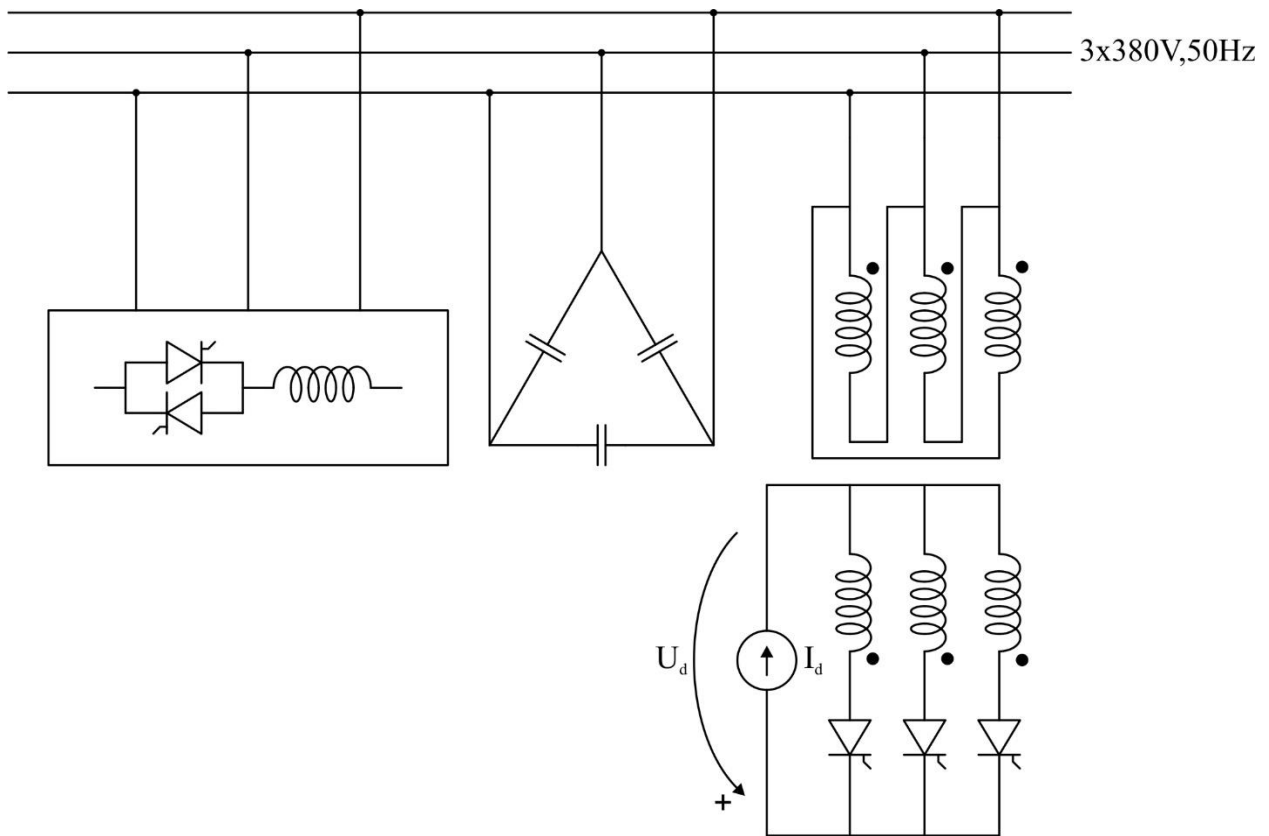


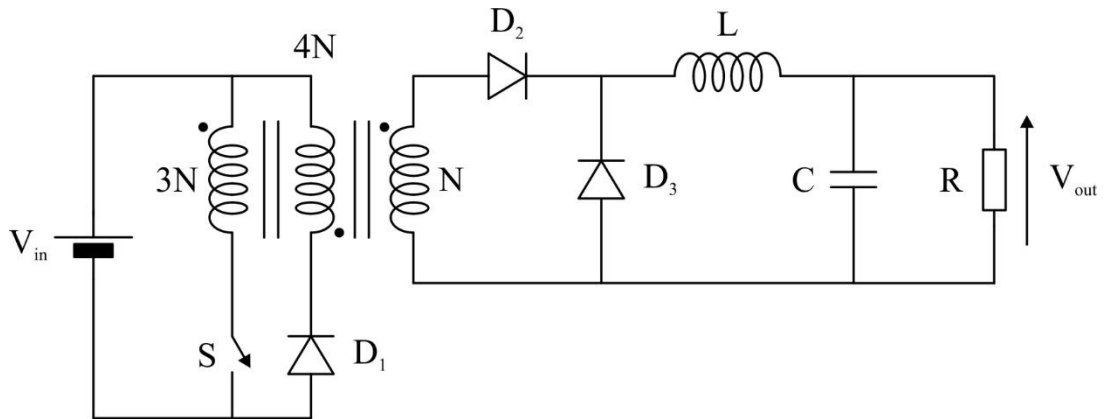
1. Трофазни једностранни исправљач прикључен је на круту мрежу $3 \times 380\text{V}$, 50Hz преко трансформатора у спреси Ду, као на слици 1. У циљу компензације реактивне снаге, паралелно са исправљачем прикључена је батерија кондензатора капацитивности $C = 200\mu\text{F}$ и компензатор реактивне снаге у виду трофазног фазног регулатора са индуктивним оптерећењем. Струја оптерећења износи $I_d = 200\text{A}$. Уколико је преносни однос трансформатора $m = 2$, а угао управљања тиристорима $\alpha = 30^\circ$:

- Извести израз за средњу вредност напона на оптерећењу U_d и израчунати његову вредност
- Скицирати струју једне фазе примара трансформатора, одредити њену ефективну вредност, и одредити ефективну вредност првог хармоника исте
- Колика треба да буде реактивна снага првог хармоника компензатора реактивне снаге да би фактор снаге целог постројења износио један?



Слика 1.

2. За чопер приказан на слици 2., одредити максималну вредност напона на прекидачу S и на диоди D_1 . Одредити највећу средњу вредност напона на оптерећењу која се може добити оваквом топологијом. Капацитивност кондензатора у филтру је довољно велика да се може занемарити наизменична компонента напона на оптерећењу. Остали подаци су $f = 100\text{kHz}$, $V_{in} = 100\text{V}$, $R = 22\Omega$, $L = 100\mu\text{H}$.

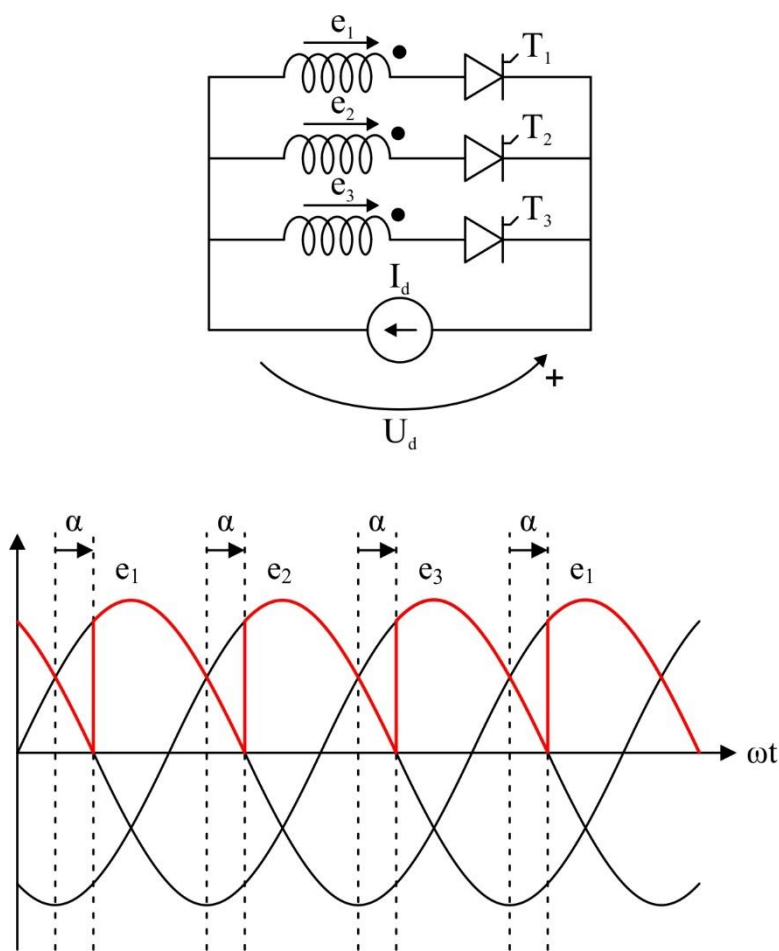


Слика 2.

Напомена: Сваку тврдњу изнесу у задатку потребно је поткрепити кратком дискусијом. У супротном, задатак неће бити оцењен пуним бројем поена. Дозвољена је употреба калкулатора и графитне оловке. Срећно!

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 1.

Познато је да сваки од тиристора у оквиру трофазног једностраног исправљача проводи током једне трећине периоде мрежног напона. Угао паљења дефинише се у односу на тренутак у коме тиристор постаје директно поларисан. Уколико се претпостави да је пре тиристора T_1 са слике 1.1. водио тиристор T_3 , закључује се да тиристор T_1 постаје директно поларисан у тренутку када напон e_{13} постане позитиван.



Слика 1.1.

Средња вредност напона на излазу трофазног једностраног исправљача израчунава се према изразу 1.1.

$$U_d = \frac{3}{2\pi} \int_{\alpha + \frac{\pi}{6}}^{\alpha + \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}} E\sqrt{2} \sin(\omega t) d(\omega t) \quad (1.1)$$

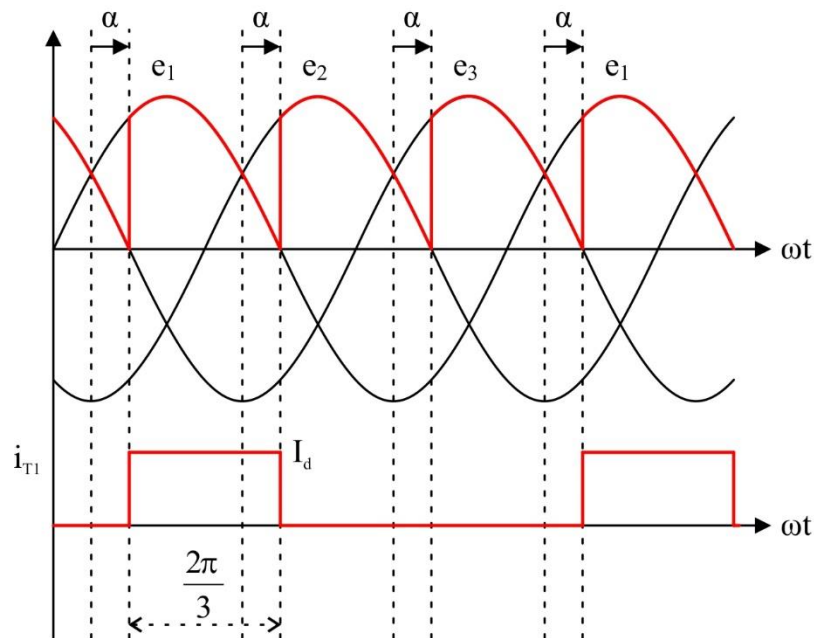
Решавањем интеграла из израза 1.1 долази се до израза 1.4.

$$U_d = \frac{3E\sqrt{2}}{2\pi} \int_{\alpha + \frac{\pi}{6}}^{\alpha + \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}} d(\cos(\omega t)) \quad (1.2)$$

$$U_d = \frac{3E\sqrt{2}}{2\pi} \left(\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}\right) \right) \quad (1.3)$$

$$U_d = \frac{3U_m \sqrt{6}}{2\pi n} \cos \alpha = 192.44V \quad (1.4)$$

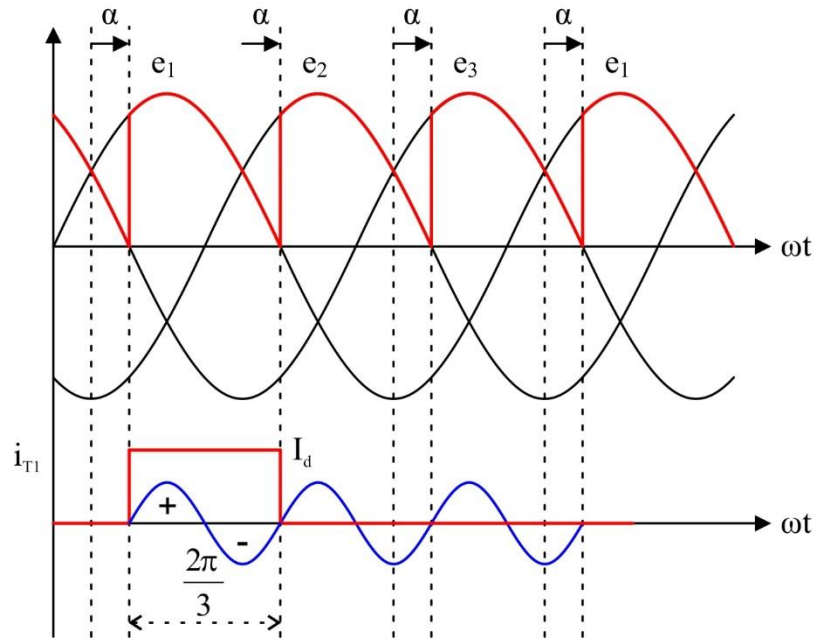
Струја једне фазе секундара трансформатора приказана је на слици 1.2.



Слика 1.2.

Са слике 1.2. уочава се да струја једне фазе секундара трансформатора има средњу вредност која је једнака трећини струје оптерећења. Средња вредност струје секундара трансформатора не може се пренети на примар јер једносмерна струја не ствара променљив флуks кроз намотаје примара. С обзиром да је примар трансформатора спрегнут у троугао потребно је проверити да ли струја у истом садржи хармонике који су умношци броја три.

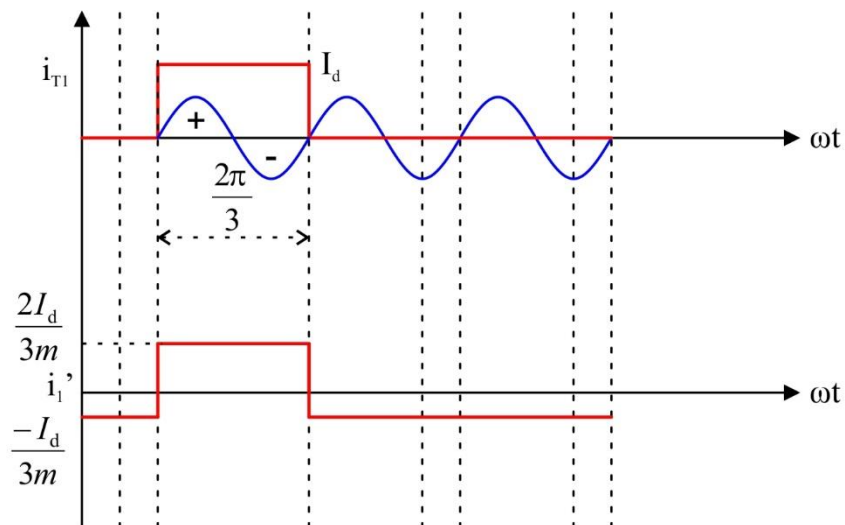
Развојем струје једне фазе секундара трансформатора у Фуријеов ред према слици 1.3., закључује се да хармоници који су умношци броја три не могу постојати.



Слика 1.3.

Како у струји секундара не постоје трећи хармоници, исти неће постојати ни у струји примара. Како се ни средња вредност струје секундара не може пресликати на примар, може се закључити да ће збир струја у троуглу трансформатора бити једнак нули. Према томе, струја било које фазе примара трансформатора може се одредити према изразу 1.5.

$$i'_i = \frac{i''_i - \frac{I_d}{3}}{m}, \quad i = 1, 2, 3; \quad (1.5)$$



Слика 1.4.

Ефективна вредност таласног облика са слике 1.4. одређује се према релацији 1.9.

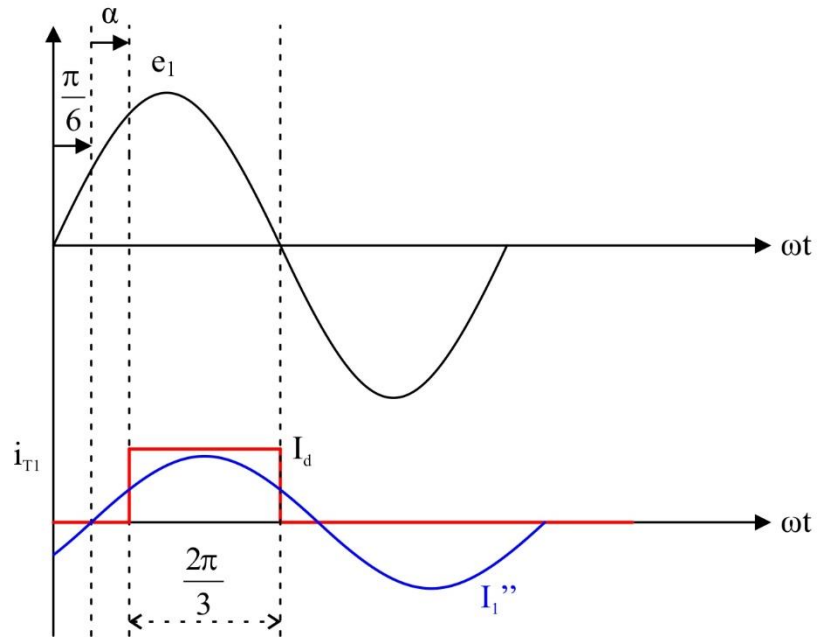
$$I_{1eff}' = \sqrt{\frac{1}{T} \int_T i^2(\omega t) d(\omega t)} \quad (1.6)$$

$$I_{1eff}' = \sqrt{\frac{1}{T} \left(\left(\frac{2I_d}{3m} \right)^2 \frac{T}{3} + \left(\frac{-I_d}{3m} \right)^2 \frac{2T}{3} \right)} \quad (1.7)$$

$$I_{1eff}' = \frac{I_d}{3m} \sqrt{\frac{4}{3} + \frac{2}{3}} \quad (1.8)$$

$$I_{1eff}' = \frac{I_d}{3m} \sqrt{2} = 47.14 \text{ A} \quad (1.9)$$

Може се показати да само први хармоник струје трансформатора учествује у преносу активне снаге. Такође, анализом слике 1.5. може се закључити да је фазни померај између фазног напона на секундару трансформатора и основног хармоника струје истог тог намотаја једнак углу паљења тиристора α . Како се тиристри могу сматрати идеалним прекидачким елементима, може се извести релација 1.10.



Слика 1.5.

$$U_d I_d = 3EI_{\text{leff}}'' \cos(\alpha) \quad (1.10)$$

$$\frac{3I_d E \sqrt{6}}{2\pi} \cos \alpha = 3EI_{\text{leff}}'' \cos \alpha \quad (1.11)$$

$$I_{\text{leff}}'' = \frac{I_d \sqrt{6}}{2\pi} \quad (1.12)$$

Ефективне вредности првог хармоника фазних струја примара и секунда односе се као $\frac{i_1'}{i_1''} = \frac{1}{m}$, на основу чега се може израчунати ефективна вредност првог хармоника струје примара трансформатора (до истог израза могло се доћи и развојем струје примара у Фуријеов ред).

$$I_{\text{leff}}' = \frac{I_d \sqrt{6}}{2\pi m} = 38.98 \text{ A} \quad (1.13)$$

Реактивна снага првог хармоника трофазног једностраног исправљача рачуна се као:

$$Q_R = 3EI_{\text{leff}}'' \sin \alpha \quad (1.14)$$

$$Q_R = 3 \frac{U_m}{m} I_{\text{leff}}'' \sin \alpha \quad (1.15)$$

Уврштавањем израза 1.12 у израз 1.15, долази се до:

$$Q_R = 3 \frac{U_m}{m} \frac{I_d \sqrt{6}}{2\pi} \sin \alpha \quad (1.16)$$

Реактивна снага кондензаторских батерија рачуна се према изразу 1.17. Треба имати у виду да је реактивна снага кондензаторских батерија негативна уколико су референтни смерови струје и напона усклађени.

$$|Q_C| = 3\omega C U_m^2 \quad (1.17)$$

Компензатор реактивне снаге представља трофазни фазни регулатор са индуктивним оптерећењем па је реактивна снага $Q_{\text{КОМП}}$ коју он „троши“ позитивна према усклађеним референтним смеровима напона и струје.

Да би фактор снаге првог хармоника целог постројења био једнак јединици, мора бизи задовољена релација 1.18.

$$Q_R - |Q_C| + Q_{\text{КОМП}} = 0 \quad (1.18)$$

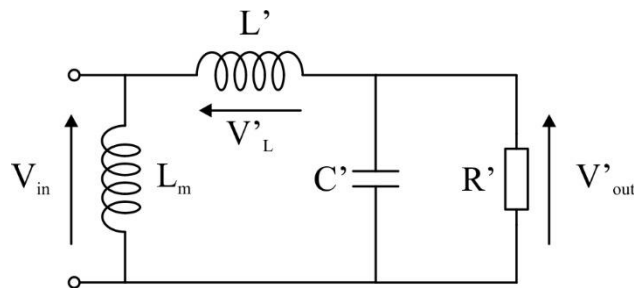
$$Q_{\text{КОМП}} = |Q_C| - Q_R \quad (1.19)$$

$$Q_{\text{КОМП}} = 3\omega C U_m^2 - 3 \frac{U_m}{m} \frac{I_d \sqrt{6}}{2\pi} \sin \alpha \quad (1.20)$$

$$Q_{\text{КОМП}} = 4.98 \text{ kVAr} \quad (1.21)$$

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 2.

Када је прекидач S са слике 2. затворен напон на диоди D_1 постаје једнак $V_{D1} = -V_{in} - \frac{4N}{3N}V_{in}$, због чега долази до њеног искључења. Под дејством напона на намотају чији број навојака износи N , долази до укључења диоде D_2 , чиме се диода D_3 инверзно поларише и искључује. Гледано са стране намотаја чији број навојака износи $3N$ заменска шема трансформатора представљена је на слици 2.1.



Слика 2.1

Под дејством позитивног напона на индуктивности магнећења долази до раста струје магнећења (самим тим и енергије која се акумулише у магнетском колу трансформатора) у складу са изразом 2.1.

$$L_m \frac{di_m}{dt} = V_{in} \quad (2.1)$$

Пораст струје магнећења током временског интервала током кога је прекидач затворен износи:

$$\Delta i_m = V_{in} \frac{t_{on}}{L_m} \quad (2.2)$$

Такође, са слике 2.1 се може уочити да напон на пригушници L износи:

$$V_L' = V_{in} - V_{out}' \quad (2.3)$$

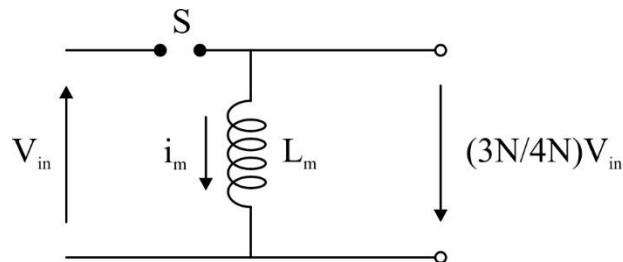
$$V_L \frac{3N}{N} = V_{in} - V_{out} \frac{3N}{N} \quad (2.4)$$

$$V_L = \frac{V_{in}}{3} - V_{out} \quad (2.5)$$

Под дејством позитивног напона на пригушници долази до пораста струје исте. У тренутку отварања прекидача S у пригушници L постоји струја јасно дефинисане вредности и смера. Такође, може се записати једначина равнотеже магнетопобудних сила на стубу трансформатора.

$$3N \cdot i_s - N \cdot i_L = 3N \cdot i_m \quad (2.6)$$

По отварању прекидача S долази до прекидања струје i_s чиме се нарушава једначина равнотеже магнетопобудних сила на стубу трансформатора. Да не би дошло до нарушавања ове једначине, на неком од стубова трансформатора струја мора да „улази у тачку“. Једини намотај на коме је тако нешто могуће је намотај са бројем навојака $4N$, па долази до укључења диоде D_1 . Треба приметити да диода D_2 онемогућава затварање струје са смером „у тачку“, па долази до њеног искључења. Гледано са стране намотаја чији број навојака износи $3N$ заменска шема трансформатора представљена је на слици 2.2.



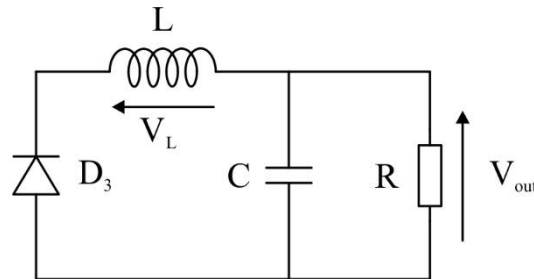
Слика 2.2

У колу са слике 2.2 важе следећи изрази:

$$L_m \frac{di_m}{dt} = -\frac{3N}{4N} V_{in} \quad (2.7)$$

$$\Delta i_m = -\frac{3N}{4N} \frac{V_{in}}{L_m} t_{off} \quad (2.8)$$

Да би се струја пригушнице L а самим тим и њена магнетска енергија одржале долази до укључења диоде D_3 , што је представљено на слици 2.3.



Слика 2.3

У колу са слике 2.3 важи да је $V_L = -V_{out}$.

Максимално време током прекидач сме бити укључен одређено је размагњењањем трансформатора. Наиме, трансформатор се након сваке периоде импулсно ширинске модулације мора размагнетити, иначе ће у једном тренутку доћи до засићења магнетског кола и наглог пораста струје кроз намотаје трансформатора. Дакле, крајњи прираштај струје магњења, након једне периоде импулсно ширинске модулације, мора бити једнак нули. Сабирањем релација 2.2 и 2.8 долази се до релације 2.9.

$$\frac{V_{in}}{L_m} t_{on}^{max} - \frac{3N}{4N} \frac{V_{in}}{L_m} t_{off}^{min} = 0 \quad (2.9)$$

$$\frac{t_{on}^{max}}{t_{off}^{min}} = \frac{3}{4} \quad (2.10)$$

Збир времена t_{on}^{max} и t_{off}^{min} мора бити једнак периоди импулсно ширинске модулације.

$$t_{on}^{max} + t_{off}^{min} = \frac{1}{f} \quad (2.11)$$

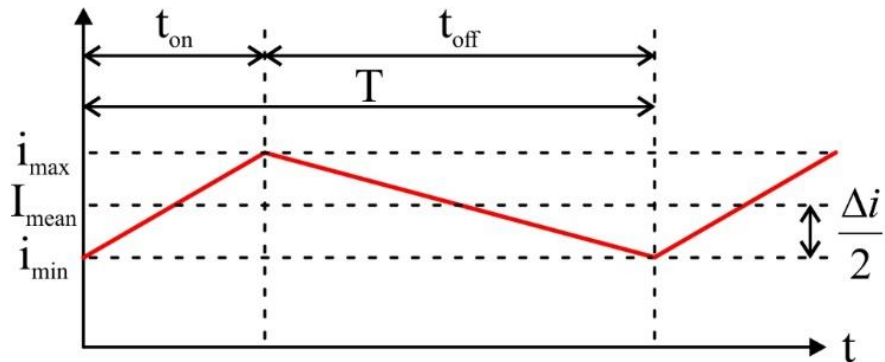
Уврштавањем релације 2.10 у релацију 2.11 долази се до максималног времена током кога прекидач сме да буде затворен.

$$t_{\text{on}}^{\text{max}} + \frac{4}{3}t_{\text{on}}^{\text{max}} = \frac{1}{f} \quad (2.12)$$

$$t_{\text{on}}^{\text{max}} + \frac{4}{3}t_{\text{on}}^{\text{max}} = \frac{1}{f} \quad (2.13)$$

$$t_{\text{on}}^{\text{max}} = 4.286\mu\text{s} \quad (2.14)$$

Како би се одредила средња вредност напона на оптерећењу, потребно је установити у ком режиму рада претварач ради. На слици 2.4 приказана је струја пригушнице L у случају да претварач ради у непрекидном режиму.



Слика 2.4

Са слике 2.4 може се закључити да уколико је струја пригушнице непрекидна увек важи релација 2.15.

$$I_{\text{mean}} \geq \frac{\Delta i}{2} \quad (2.15)$$

Текстом задатка је речено да је капацитивност кондензаторског филтра довољно велика да се наизменична компонента напона на оптерећењу може занемарити. Како кроз кондензатор, у устаљеном стању, не може да протиче једносмерна струја, може се закључити да ће средња вредност струје пригушнице бити једнака струји оптерећења. Релација 2.15 постаје:

$$\frac{V_{\text{out}}}{R} \geq \frac{\Delta i}{2} \quad (2.16)$$

Током временског интервала означеним са t_{off} , напон на пригушници L износи $-V_{\text{out}}$, па се може извести релација 2.18 као услов за непрекидни режим рада.

$$\frac{V_{\text{out}}}{R} \geq \frac{1}{2} \frac{V_{\text{out}}}{L} t_{\text{off}} \quad (2.17)$$

$$R \leq \frac{2L}{T - t_{\text{on}}^{\text{max}}} \quad (2.18)$$

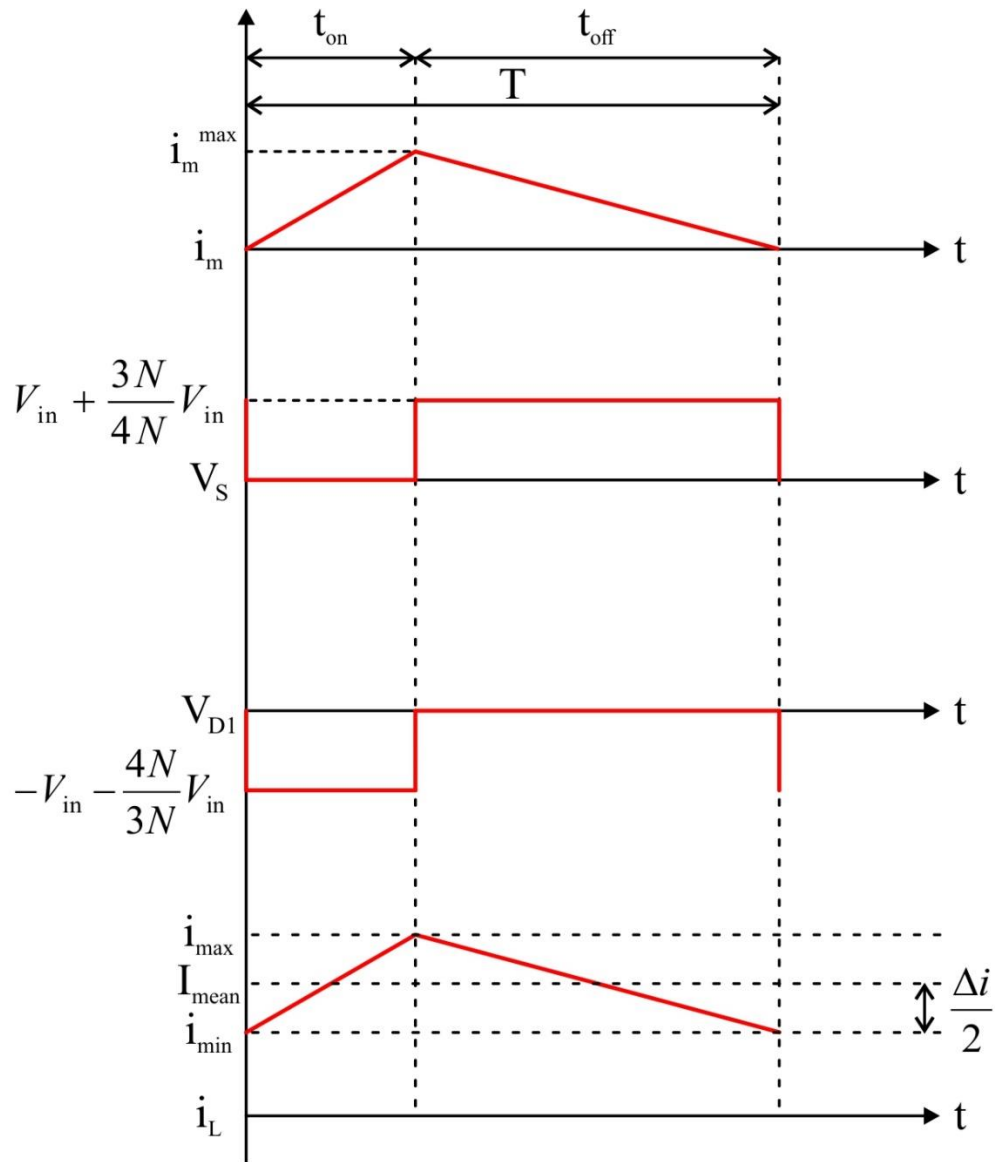
$$R \leq 35\Omega \quad (2.19)$$

Релација 2.19 је задовољена па се закључује да претварач ради у непрекидном режиму. Средња вредност напона на пригушници L мора бити једнака нули одакле се изводе релације 2.20 и 2.21.

$$\left(\frac{V_{\text{in}}}{3} - V_{\text{out}} \right) t_{\text{on}} = V_{\text{out}} (T - t_{\text{on}}) \quad (2.20)$$

$$V_{\text{out}}^{\text{max}} = \frac{V_{\text{in}}}{3} \frac{t_{\text{on}}^{\text{max}}}{T} \quad (2.21)$$

$$V_{\text{out}}^{\text{max}} = 14.29\text{V} \quad (2.22)$$



Слика 2.5

На слици 2.5 види се да су највећи напони на прекидачу и диоди D_1 једнаки:

$$V_s^{\max} = V_{\text{in}} + \frac{3}{4}V_{\text{in}} = 175\text{V} \quad (2.22)$$

$$|V_{D1}^{\max}| = V_{\text{in}} + \frac{4}{3}V_{\text{in}} = 233.33\text{V} \quad (2.22)$$